Vorderseite nennt, die Benennung Oberseite, für die Hinterseite die Bezeichnung Unterseite eingeführt, weil diese letzteren Bezeichnungen genau das Verhältniss ausdrücken, in welchem die Oberseite zur oberen, die Unterseite zur unteren Blattfläche des Wedels stehen.

Note über den Zusammenhang zwischen der Änderung der Dichten und der Brechungs-Exponenten in Gemengen von Flüssigkeiten.

Von Jos. **Grailich** und A. **Handl.**

Die Wärmeentwickelung, welche bei der Mischung von Wasser und Alkohol, Wasser und Schwefelsäure u. s. w. eintritt, ist seit langem ein Gegenstand der Aufmerksamkeit von Physikern und Chemikern gewesen, und von Schmidt, Thillaye, Rudberg u. a. einer genauen Messung unterzogen worden. Als Äquivalent der frei gewordenen Wärme wurde die Contraction der Flüssigkeit beobachtet und die mechanische Theorie der Wärme verspricht hier, wie in so vielen anderen Fällen, wo messbare Wärmeactionen messbare Aggregatänderungen begleiten, Einsicht in die bisher völlig verhüllten Gründe der Erscheinung.

Zahlreiche Beobachtungen, welche im vorigen Sommer von einem von uns über die Änderung der Brechungsverhältnisse mit der Änderung der Concentration von Lösungen angestellt wurden, schienen darauf hinzudeuten, dass zwischen der Grösse der Contraction und dem Betrage, um welchen sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes ändert, in vielen Fällen einfache und leicht übersehbare Relationen walten. Vorläufige Versuche mit Alkohol von 88% Gehalt widersprachen dieser Ansicht nicht, und eine Beobachtungsreihe, an verschiedenen Salzlösungen angestellt, gab denselben weitere Bestätigung. Wir erlauben uns hier eine vorläufige Mittheilung über diese Arbeit niederzulegen, welche im nächsten Winter in grösserem Umfang ausgeführt werden soll.

Bezeichnet man durch v_1, v_2 die Volumina zweier Flüssigkeiten von den Dichten d_1, d_2, so ist die Dichte der Mischung derselben

$$D = \frac{v_1 d_1 + v_2 d_2}{v_1 + v_2 + \delta v_1 v_2}$$

wo δ eine von dem Volumverhältnisse der gemischten Flüssigkeiten abhängige Grösse ist. In der That, betrachtet man das neue Volum, welches durch die Mischung erhalten wird, in der Form einer Reihe mit unbestimmten Coëfficienten

$$V = v_1 + v_2 + av_1 + bv_2 + cv_1 v_2 + dv_1^2 + ev_2^2 + fv_1^2 v_2 + \cdots$$

so sieht man leicht ein, dass alle Coëfficienten, welche einfach mit $v_1, v_2, v_1^2, v_2^2, v^3_1 \ldots$ multiplicirt sind, der Nulle gleich sein müssen; es reducirt sich somit der Ausdruck für das neue Volum auf

$$V = v_1 + v_2 + cv_1 v_2 + fv_1^2 v_2 + gv_1 v_2^2 + \ldots$$

$$\text{d. i. } V = v_1 + v_2 + Av_1 v_2 (\alpha v_1 + \beta v_2 + \gamma v_1^2 \ldots)$$

oder wenn man $A(\alpha v_1 + \beta v_2 + \gamma v_1^2 + \ldots) = \delta$ setzt, auf den Nenner des obigen Ausdruckes.

Bezeichnen nun ebenso c_1, c_2 die Geschwindigkeiten, mit denen das Licht sich durch die erste und zweite Flüssigkeit fortpflanzt, t_1, t_2 die Zeiten, in welcher es die Flüssigkeit vom Volum v_1 und v_2 (bei gleichen Querschnitten dieser Volumina) durchschreitet, und C, T, V die entsprechenden Grössen für die Mischung, so wird

$$C = \frac{V}{T} = \frac{v_1 + v_2 + \delta v_1 v_2}{t_1 + t_2 + \tau t_1 t_2}$$

(wo T in derselben Weise wie oben in einer Reihe nach den Grössen t_1 und t_2 entwickelt worden und τ ein dem δ analoger Coëfficient ist).

Dividirt man beiderseits durch c (die Geschwindigkeit des Lichtes in der Luft) und führt für t_1 und t_2 die Grössen $\frac{v_1}{c_1}$, $\frac{v_2}{c_2}$ ein, so wird, wenn n_1, n_2, N die Brechungsexponenten der ersten und zweiten Flüssigkeit und des Flüssigkeitsgemenges bezeichnen,

$$N = \frac{n_1 v_1 + n_2 v_2 + \theta n_1 n_2 v_1 v_2}{v_1 + v_2 + \delta v_1 v_2}$$

Durch die Beobachtung von D und N lässt sich nun aus den beiden gegebenen Gleichungen sowohl δ als auch $\frac{\tau}{c} = \theta$ bestimmen.

Zeigt δ die Contraction (oder Dilatation) der Flüssigkeit an, so wird durch θ die Retardation (oder Acceleration) des Lichtes im Flüssigkeitsgemenge bestimmt. Wir ersparen uns die Vergleichung der von

uns ausgewählten Form der Constanten δ mit der von Rudberg angenommenen für die spätere ausführlichere Mittheilung unserer Beobachtungsreihen und begnügen uns hier an dem Beispiele des Alkohols und einer Salzlösung die einfache Beziehung anzudeuten, welche zwischen den Contractions- und Retardations-Coëfficienten zu bestehen scheint.

Ste. Claire Deville hat vor einer Reihe von Jahren eine Untersuchung über die Änderungen in den Dichten und den Brechungsverhältnissen des Äthylalkohols und des Holzgeistes veröffentlicht. Wir geben zunächst die Berechnung der aus diesen Beobachtungen abstrahirten Werthe von δ und θ.

1. Alkohol mit Wasser. Bei 16° C. v_1 Alkohol, v_2 Wasser.

v_1	v_2	D	N	δ	θ
10	0	0·796	1·3633	—0·018	—0·0090
9	1	0·829	1·3653	—0·014	—0·0072
8	2	0·859	1·3662	—0·012	—0·0061
7	3	0·880	1·3651	—0·011	—0·0055
6	4	0·902	1·3633	—0·012	—0·0060
5	5	0·9275	1·3629		
4	6		1·3592		
3	7	0·960	1·3544	—0·010	—0·0045
2	8	0·972	1·3471	—0·008	—0·0041
1	9	0·984	1·3407	—0·005	—0·0020
0	10	1·000	1·3339		

Die dritte Decimalstelle von D und die vierte von N ist auf eine Einheit nicht mehr sicher; man kann somit innerhalb der Grenzen, welche die Genauigkeit der Beobachtung zulässt

$$\theta = \frac{1}{2}\delta$$

setzen.

2. Holzgeist mit Wasser. Bei 9° C. v_1 Holzgeist, v_2 Wasser.

v_1	v_2	D	N	δ	θ
10	0	0·807	1·3358		
9	1	0·8371	1·3405	—0·014	—0·0078
8	2	0·8619	1·3429	—0·012	—0·0063
7	3	0·8873	1·3452	—0·012	—0·0064
6	4	0·9072	1·3462	—0·011	—0·0054
5	5	0·9232	1·3462	—0·0086	—0·0040
4	6	0·9429	1·3452	—0·009	—0·0058
3	7	0·9576	1·3428	—0·008	—0·0040
2	8	0·9709	1·3394	—0·006	—0·0040
1	9	0·9751	1·3380	+0·006	—0·0026
0	10	1·0000	1·3339		

Berücksichtigt man, dass auch hier die letzte Stelle von D und N unsicher, folglich auch die von δ und θ ungenau ist, so hat man wieder

$$\theta = \frac{1}{2}\,\delta.$$

Deville gibt die Stelle des Spectrum nicht an, auf welche sich seine Messungen beziehen; nach dem Brechungsexponenten 1·3339 zu schliessen muss sie an der Grenze von Blau und Grün, etwa bei b oder E, liegen. Er macht aber selbst auf die Unsicherheit der Einheiten der letzten Stellen seiner Zahlen aufmerksam.

Die Abweichung am Ende der letzten Columne deutet darauf hin, dass das Verhältniss $\frac{\delta}{\theta}$ ein anderes wird, wenn die Mischung in solchen Verhältnissen stattfindet, dass dabei bestimmte chemische Verbindungen eintreten.

Dass übrigens, wie man wohl vermuthen dürfte, die Farbe innerhalb der Grenzen einer Beobachtung, welche noch in der vierten Decimalstelle der Dichten und Brechungsexponenten sicher ist, keinen Einfluss auf das Verhältniss von δ und θ übt, ergibt sich unter anderen auf einer Beobachtungsreihe, welche wir mit Salmiaklösung angestellt. Die Untersuchung wurde im Keller des k. physicalischen Institutes ausgeführt, bei einer Temperatur von 9° — 10°5 R., da wir fanden, dass Beobachtungen in den regelmässigen Arbeitssälen des Institutes theils wegen des Einflusses der im Verlaufe der Arbeit sich ändernden Temperatur (wir haben im Verlaufe weniger Wochen Temperaturunterschiede von 16° R. erfahren), theils wegen der Erschütterung des Gebäudes durch vorüberfahrende Wägen zu keinem befriedigenden und zuverlässigen Resultate führen konnte. Die Methode, scharfe Linien im Spectrum auch im Keller zu erhalten, ist von einem von uns bei einer früheren Gelegenheit beschrieben worden [1]).

3. Concentrirte Salmiaklösung und Wasser in gleichen Voluminibus.

$$v_1 = 1,\ v_2 = 1,\ d_1 = 1{\cdot}0005,\ d_2 = 1{\cdot}0706,\ \delta = -0{\cdot}0057$$

---

[1]) S. die Einleitung meiner „Krystallographisch optischen Bestimmungen." Die Linien 𝔅, ℭ, 𝔇, 𝔉 gehören dem Absorptionssystem des salpetrigsauren Gases, bei Anwendung der Ölflamme, an.

	Wasser	Conc. Lösung	Mischung	θ
$N_{\mathfrak{B}}$ =	1·3327	1·3799	1·3566	—0·0040
$N_{\mathfrak{C}}$ =	1·3335	1·3815	1·3578	—0·0040
$N_{\mathfrak{D}}$ =	1·3342	1·3824	1·3586	—0·0039
$N_{\mathfrak{F}}$ =	1·3360	1·3842	1·3602	—0·0041

also im Mittel $\theta = 0·0040 = \frac{2·10}{3}\,\delta$, d. i. nahezu

$$\theta = \frac{2}{3}\,\delta$$

4. Concentrirte Salmiaklösung und Wasser; ³/₄ Concentration.

$$v_1 = 3 \quad v_2 = 1 \quad \delta = -0·0036$$

	Wasser	Conc. Lösung	Mischung	θ
$N_{\mathfrak{B}}$ =	1·3327	1·3799	1·3662	—0·0026
$N_{\mathfrak{C}}$ =	1·3335	1·3815	1·3671	—0·0027
$N_{\mathfrak{D}}$ =	1·3324	1·3824	1·3680	—0·0024
$N_{\mathfrak{F}}$ =	1·3360	1·3842	1·3703	—0·0028

also im Mittel $\theta = 0·0026 = \frac{2·16}{3}\,\delta$, d. i. nahezu

$$\theta = \frac{2}{3}\,\delta.$$